

STATIQUE ET DYNAMIQUE

Les dérivées vectorielles et la transformation d'une base en rotation en une base fixe (dite "base de Frenet") apportent-elles la preuve mathématique de l'existence de la force centrifuge ? C'est à voir !...

Quelques précisions utiles...

- Un référentiel désigne un ensemble de repères à partir desquels se mesurent les caractéristiques du mouvement d'une masse. On distingue deux types de référentiels : le référentiel général pour décrire un mouvement réel, et le référentiel restreint pour décrire un mouvement apparent.

La Terre est le référentiel général adapté à la description du mouvement des voitures et de tout ce qu'elles contiennent (passagers, bagages) car, comme leur nom l'indique, les véhicules terrestres se déplacent par rapport à la Terre. En revanche, une voiture ne peut constituer qu'un référentiel restreint n'autorisant pas d'autre description que celle du mouvement des passagers et des bagages. Cette distinction a été détaillée dans un dossier à lire par ailleurs (voir dossier ADILCA "*les référentiels*").

- Une force désigne toute cause capable de modifier la vitesse ou la trajectoire d'une masse. On distingue deux types de forces : les forces réelles et les forces imaginaires.

Les forces réelles s'exercent à distance ou par contact, elles sont à l'origine du mouvement observé dans un référentiel général. Il n'existe que deux forces agissant à distance : la force de gravitation et la force électromagnétique. Par contre, il existe une multitude de forces de contact, dont celles qui régissent le mouvement des véhicules terrestres et qui s'exercent sur les pneumatiques au contact du sol (il y en a quatre : la force de traction, la force de retenue, la force de freinage et la force de guidage). Quant aux forces imaginaires, elles sont d'une tout autre nature : elles sont supposées s'exercer sur le centre de gravité d'une masse pour expliquer un mouvement ou un équilibre apparents, à condition de raisonner dans les limites d'un référentiel restreint ou d'une description statique. La physique ne connaît que trois forces imaginaires : la force d'inertie, la force centrifuge et la force de Coriolis.

De la réalité à la fiction...

En quoi consiste la transformation d'une base en rotation en une base fixe ? Les mathématiques et la physique sont certes complémentaires, mais il faut se garder d'aligner des calculs sans s'interroger sur leur signification réelle. En l'occurrence, le passage d'une base en rotation à une base fixe est une transformation qui fait abstraction du mouvement réel. C'est donc une projection purement imaginaire. En d'autres termes, la base en rotation est alors considérée comme immobile, et il faut ensuite recourir à des forces imaginaires pour expliquer un mouvement ou un équilibre devenus apparents.

Du présent au conditionnel...

Comment distinguer la réalité de la fiction ? Voici un exemple :

- **Phrase 1** : j'ai gagné 300 € au loto et ma grand-mère m'a légué 700 €, je dispose de 1000 €.

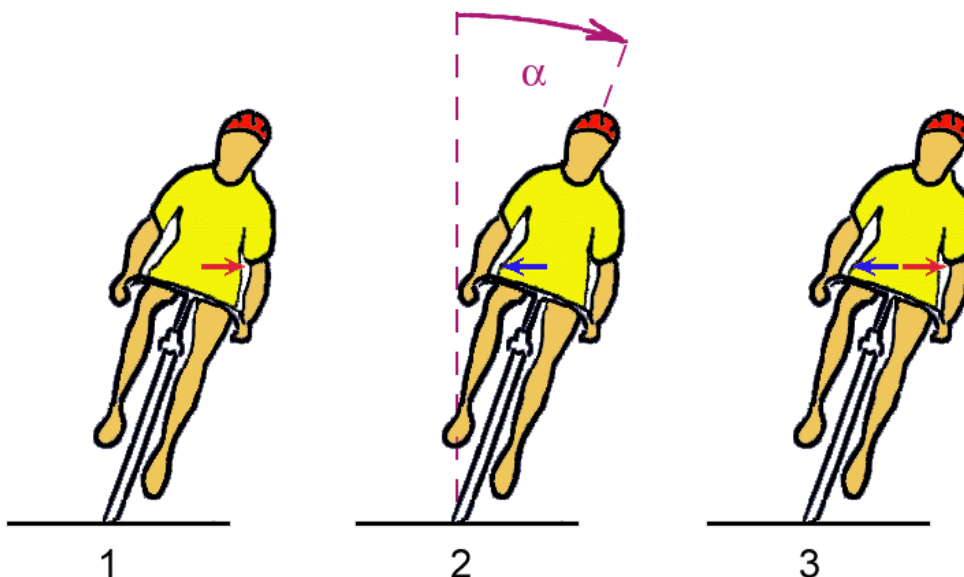
- **Phrase 2** : si je gagnais 300 € au loto, et si ma grand-mère me léguait 700 €, je disposerais de 1000 €.

On voit que les deux calculs sont parfaitement exacts dans les deux cas, à cette nuance près toutefois : la somme d'argent n'est réelle que dans la première phrase, elle est complètement fictive dans la seconde ! Ici, ce sont les modes de conjugaison qui permettent de faire la distinction, et il n'est pas question de mélange, ni du point de vue grammatical, c'est la règle de la concordance des temps, ni du point de vue comptable !

De la dynamique à la statique...

La même transformation existe en maths et en physique ! Passer d'une base en rotation à une base fixe est comme passer du présent au conditionnel, le conditionnel supposant ici que le mouvement réel est figé. La première description est nommée "*dynamique*", c'est la description réelle. La seconde est dite "*statique*", c'est une description imaginaire. Mais, mieux qu'un long discours, voici l'exemple du cycliste en équilibre pour illustrer cette distinction.

Trois dessins valent mieux qu'un long discours...



© association adilca reproduction interdite

- **Dessin 1** : c'est la description réelle, dite "*dynamique*". La base en rotation est constituée d'un cycliste sur sa bicyclette. Traduction concrète : le cycliste est en mouvement et décrit une trajectoire circulaire. Selon la loi de Newton, ce cycliste a été dévié de sa trajectoire initialement rectiligne grâce à une force de contact **F**, unique et bien réelle, qui provoque l'accélération transversale de son centre de gravité, c'est la force de guidage (flèche rouge sur le dessin 1). En réalité, cette force s'exerce au contact du sol mais, pour une meilleure lisibilité du dessin, nous l'avons "transportée" au centre de gravité du cycliste, ainsi que le permet une des règles de calcul vectoriel (**).

Dans cette description, la relation appropriée est :

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \mathbf{V}^2 / \mathbf{R}$$

Une application numérique montre que si la masse du cycliste (bicyclette comprise, avec " g " = 10 m.s⁻²) est 100 kilogrammes, sa vitesse 10 mètres par seconde, et le rayon de sa trajectoire 100 mètres, l'intensité de la force de guidage nécessaire au maintien de cette trajectoire est 100 newtons. Par ailleurs, une mesure précise de l'angle d'inclinaison du cycliste par rapport à la verticale (à partir d'une photo par exemple) montrerait que, dans ces conditions, cet angle est très exactement égal à 5,7 degrés...

- **Dessin 2** : c'est une description imaginaire, dite "*statique*". La base en rotation a été transformée en base fixe. Traduction concrète : le cycliste est désormais immobile, il n'avance plus. Mais il penche d'un côté ! Pour éviter la chute, la condition d'équilibre exige la présence d'une force **F'**, force couramment appelée "force centrifuge" (flèche bleue sur le dessin 2).

Cette force est censée s'exercer sur le centre de gravité du cycliste (si on néglige la masse de la bicyclette). Mais cette fameuse force existe-t-elle vraiment ? Non car, qui a déjà vu un cycliste, à la fois immobile et penché, mais cependant capable de rester en équilibre dans une telle position ?

Cette force est généralement appelée "force centrifuge", un terme qui désigne une force "qui éloigne du centre". Ce terme est-il approprié ? Non plus, car le cycliste est immobile et, faute de trajectoire, il n'y a évidemment ni rayon, ni centre ! L'appellation correcte de cette force est "force imaginaire", "force apparente", "force fictive" ou "pseudo-force", ce qui évite toute confusion.

Autre erreur regrettable, celle des relations entre grandeurs. En effet et contrairement à une idée reçue, la célèbre formule magique $\mathbf{F} = \mathbf{M}\mathbf{V}^2/\mathbf{R}$ ne peut jamais s'appliquer à cette description dans laquelle la vitesse est toujours nulle. D'ailleurs, une tentative d'application numérique le confirme :

$$\forall \mathbf{M}, \forall \mathbf{R} \neq \mathbf{0}, \text{ pour } \mathbf{V} = \mathbf{0}, \mathbf{F} = \mathbf{M}\mathbf{V}^2/\mathbf{R} = \mathbf{0}/\mathbf{R} = \mathbf{0} ! \dots$$

La voilà, cette fameuse preuve mathématique ! Et ce n'est pas tout ! Quelle valeur donner à **R** ? Comment mesurer le rayon de trajectoire d'un objet immobile ? C'est clair, net et définitif : cette formule ne marche pas ici, elle ne mène qu'à une impasse !...

Alors comment calculer l'intensité de la force centrifuge ? En vérité, la seule et unique relation qui convient à cette description est celle-ci :

$$\mathbf{F}' = - \mathbf{P} \cdot \text{tangente } \alpha !$$

Dans cette relation, \mathbf{P} est le poids de l'ensemble et α son angle d'inclinaison par rapport à la verticale. Ici, le signe [-] est déterminant : il précise l'orientation spatiale de cette force qui, bien évidemment, devrait s'exercer du côté opposé à l'inclinaison. On verra plus loin pourquoi ce signe est si important.

L'application numérique de cette relation montre que, pour retenir un cycliste immobile de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise, avec " g " = 10 m.s⁻²) en position inclinée de 5,7 degrés par rapport à la verticale, il faudrait disposer d'une force d'une valeur absolue de... 100 newtons !

Une force de 100 newtons ? Oui ! Quel curieux hasard, quelle étrange coïncidence ! Ou plutôt : quelle extraordinaire correspondance des valeurs, quelle merveilleuse précision de la physique, car le hasard et les coïncidences n'ont évidemment pas leurs places ici !

Ces calculs montrent en effet que, pour une inclinaison identique, la force de guidage (description dynamique) et la force centrifuge (description statique) ont la même intensité !... D'où la confusion.

Mais attention ! L'exactitude du calcul ne prouve pas la réalité du concept. L'une de ces deux forces seulement est bien réelle, c'est la force de guidage. L'autre est purement imaginaire, répétons-le, c'est la force centrifuge.

Et nous allons démontrer maintenant que ces deux forces, et donc les deux descriptions auxquelles elles se rapportent, ne peuvent ni se compléter, ni se superposer !

- **Dessin 3** : c'est un mélange des deux descriptions précédentes, une sorte de fusion contre nature destinée à apporter la preuve nette et définitive que les deux raisonnements sont totalement incompatibles.

Dans cette description, les deux forces coexistent, mais le calcul vectoriel nous montre que ces deux forces, d'égale intensité et de sens opposé, se neutralisent :

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}' = 100 - 100 = 0 !$$

Comment interpréter ce résultat ? Une somme vectorielle égale à zéro signifie que tout se passe alors comme si ces deux forces n'agissaient plus : le cycliste est désormais livré à lui-même !

Autrement dit, si on raisonne en dynamique, le cycliste (qui est en mouvement) reste penché mais conserve une trajectoire rectiligne, il ne peut plus décrire la moindre

trajectoire circulaire ! Et si on raisonne en statique, le cycliste (qui est immobile) tombe immédiatement, il ne peut plus rester en même temps immobile et penché !

Ce raisonnement par l'absurde doit nous convaincre une bonne fois pour toutes que la force centrifuge n'existe pas, et qu'il faut impérativement choisir l'une de ces deux descriptions au détriment de l'autre ! CQFD ! De là découle une règle absolue : on ne mélange jamais une base en rotation et une base fixe, une description dynamique et une description statique, le présent et le conditionnel, la réalité et la fiction !

Statique ou dynamique : la véritable définition !

Ce qui précède nous amène à ces deux définitions :

“On appelle statique une description imaginaire dans laquelle une base en mouvement est considérée comme immobile.”

“On appelle dynamique la description réelle du mouvement et ses causes.”

Attention danger ! Gare au mode d'emploi ! La physique a horreur du mélange des genres. Insistons encore une fois sur l'interdiction formelle et absolue de fusionner les deux descriptions, une interdiction qui s'applique également aux formules ! Et signalons au passage une autre erreur fréquente : la confusion entre description statique et référentiel restreint (voir dossiers ADILCA “force centrifuge” et “force d'inertie”).

Que d'incompréhensions, que de déboires, que de dérapages pour ceux qui, étudiants ou professeurs, ne respecteraient pas ces précautions !...

Force centrifuge : la véritable définition !

La distinction entre statique et dynamique nous amène à ces deux définitions originales et inédites de la force centrifuge :

“On appelle force centrifuge la force transversale qu'il faudrait exercer sur le centre de gravité d'un cycliste immobile (on néglige la masse de la bicyclette) pour le maintenir en équilibre avec une inclinaison identique à celle que l'on peut observer lorsqu'il décrit une trajectoire circulaire. Cette définition, valable uniquement en statique, devient caduque si le cycliste est en mouvement.”

Pour une voiture, cette définition devient :

“On appelle force centrifuge la force transversale qu'il faudrait exercer sur le centre de gravité d'une voiture immobile pour créer sur les pneumatiques et les suspensions un effet comparable à celui que l'on peut observer lorsque la voiture décrit une trajectoire circulaire. Cette définition, valable uniquement en statique, devient caduque si la voiture est en mouvement.”

Une force purement imaginaire !

Insistons sur la première exigence de cette définition : le véhicule doit être immobile. Soulignons ensuite le caractère hypothétique de cette force, clairement affirmé par l'emploi du conditionnel : “*la force qu'il faudrait exercer...*” et enfin, l'impossibilité technique d'exercer directement la moindre force sur le centre de gravité d'une masse quelconque...

D'ailleurs personne n'a jamais vu, de ses yeux vu, une telle force se manifester spontanément. On en déduit donc que la force centrifuge est bien une force imaginaire. C'est une force apparente, une force fictive, une “pseudo-force”, c'est-à-dire une force qui n'a pas d'existence réelle.

La seule force qui existe vraiment s'exerce au contact du sol, c'est la force de guidage. C'est elle qui dévie la trajectoire initialement rectiligne des véhicules terrestres, c'est elle qui les maintient sur des trajectoires circulaires, et elle seule. Il n'y a pas d'autre force mise en jeu à cette occasion !

La preuve par la bouteille d'eau...

Comment distinguer une description statique d'une description dynamique ? L'expérience dite “de la bouteille d'eau” peut suffire !

Cette expérience consiste à remplir partiellement une bouteille d'eau en plastique, de préférence avec du sirop (menthe, grenadine...) pour en colorer le contenu, puis à installer le récipient à plat et en travers sur le guidon ou le réservoir d'une moto.



© association adilca reproduction interdite

L'expérience dite “de la bouteille d'eau” permet de révéler la vraie nature de la description. En dynamique, la surface du liquide reste perpendiculaire au plan de symétrie de la motocyclette. En statique, le liquide tombe du côté où la machine s'incline.

Il suffit ensuite de partir faire un tour et d'observer les mouvements du liquide lors des variations de trajectoires : sauf conduite brutale ou secousses engendrées par la nature du sol, la surface du liquide reste toujours perpendiculaire à l'axe de symétrie de la moto. Il n'en irait évidemment pas de même en statique !

Cette expérience est très utile : lorsqu'un professeur s'échine à dessiner des forces au tableau, demandez-lui donc comment se comporterait un liquide à l'intérieur d'une bouteille... Vous saurez tout de suite si le professeur raisonne en statique, en dynamique, ou s'il se trompe !...

A quoi sert une description imaginaire ?

Au-delà de la polémique aussi amusante que stérile, la vraie question à se poser est plutôt celle-ci : pourquoi les physiciens ont-ils éprouvé le besoin d'inventer des descriptions imaginaires ? La réalité ne suffit-elle pas ?

Accessoirement, cet exercice d'acrobatie intellectuelle, auquel beaucoup de professeurs ont recours, constitue une sorte de "*pont aux ânes*" destiné à faire le tri entre les pseudos-scientifiques (ainsi nomme-t-on ceux qui confondent les pseudo-forces avec les forces réelles !) et les autres...

Mais la véritable explication n'est pas là. Pour le physicien, cette construction intellectuelle se justifie dans un souci de cohérence de toutes les descriptions, aussi théoriques et fictives soient-elles.

C'est ainsi : la physique a horreur du vide et le physicien projette sa rigoureuse logique partout, y compris dans l'abstraction !

Les forces fictives sont des concepts qui ne servent qu'à satisfaire le besoin de cohérence propre à la théorie. Il n'en demeure pas moins que ces forces sont purement imaginaires, elles n'ont aucune existence réelle. Affirmer le contraire relève de l'escroquerie ou de l'incompétence.

Conclusion

L'imposture n'est pas le concept de force centrifuge ! La seule véritable imposture intellectuelle, c'est la confusion entre la réalité et la fiction, le présent et le conditionnel, la dynamique et la statique. La véritable imposture intellectuelle, c'est croire ou faire croire que la force centrifuge existe vraiment !

En effet, la moindre des précautions scientifiques et pédagogiques consiste à toujours préciser clairement la nature de la description proposée et d'ajouter que, dans le cas d'une description statique, il ne peut s'agir que d'une description imaginaire dans laquelle les forces n'ont pas d'existence réelle.

Ensuite, tout mélange est évidemment proscrit.

Enfin, la célèbre formule magique $\mathbf{F} = \mathbf{MV}^2/\mathbf{R}$ employée un peu partout à tort et à travers ne peut s'appliquer qu'à une description dynamique, elle ne peut donc exprimer qu'une seule force : la force de guidage. Qu'on se le dise !

() Un vecteur est une représentation graphique d'une grandeur quelconque (poids, force, accélération, vitesse...). Il est toujours possible de déplacer le point d'application d'un vecteur, à condition de ne modifier ni son sens, ni son orientation, ni sa longueur, c'est l'une des règles de base du calcul vectoriel. Le déplacement d'un vecteur n'autorise pas un changement d'appellation. Et attention à ne jamais combiner des vecteurs représentant des grandeurs de natures différentes !*

ASSOCIATION ADILCA

www.adilca.com

* * *

RELATIONS ENTRE GRANDEURS, LE MODE DE CALCUL

1. Force de guidage :

$$F = M \cdot V^2 / R$$

F : force de guidage, exprimée en **N**

M : masse, exprimée en **kg**

V : vitesse, exprimée en **m.s⁻¹**

R : rayon de trajectoire, exprimé en **m**

cohérence des unités : $F = \text{kg} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \cdot \text{m}^{-1} = \text{kg} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}) = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$

Exemple : calculons la force de guidage qui s'exerce au contact du sol et qui maintient un ensemble bicyclette + cycliste de masse totale 100 kilogrammes sur une trajectoire circulaire de 100 mètres de rayon à la vitesse de 10 mètres par seconde :

$$F = 100 \times 10^2 / 100 = 100 \times 100 / 100 = 100 \text{ N}$$

2. Angle d'inclinaison :

$$\text{Tangente } \alpha = F / P$$

α : angle d'inclinaison par rapport à la verticale, grandeur sans dimension ;

F : force de guidage, exprimée en **N**

P : poids, exprimée en **N**

cohérence des unités : $\text{N} / \text{N} = \text{grandeur sans dimension.}$

Exemple : calculons l'angle d'inclinaison quand une force de guidage de 100 N s'exerce sur un ensemble bicyclette + cycliste de 1 000 N :

$$\text{Tangente } \alpha = 100 / 1\,000 = 0,1$$

$$\alpha = 5,7^\circ$$

3. Force centrifuge :

$$F' = - P \cdot \text{tangente } \alpha$$

F' : force centrifuge, exprimée en **N**

P : poids, exprimée en **N**

α : angle d'inclinaison par rapport à la verticale, grandeur sans dimension ;

cohérence des unités : $F' = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Exemple : calculons la force, dite “*force centrifuge*”, qu’il faudrait exercer sur le centre de gravité d’un ensemble bicyclette + cycliste immobile pesant 1 000 N, ceci afin de le maintenir en équilibre malgré une inclinaison de 5,7 degrés par rapport à la verticale :

$$F' = - 1\ 000 \times \text{tangente } 5,7^\circ = - 1\ 000 \times 0,1 = - 100 \text{ N}$$

Remarque 1 : cette force est couramment appelée “*force centrifuge*” ce qui est un qualificatif incorrect puisqu’il n’y a ni trajectoire, ni rayon de trajectoire, ni centre (l’ensemble cycliste + bicyclette est immobile et le reste). Le nom scientifique de cette force est : force imaginaire, force fictive, pseudo-force ou force d’inertie.

Remarque 2 : le signe [–] est obligatoire, il précise l’orientation spatiale de cette force, contraire à la logique du mouvement.

Remarque 3 : attention aux interprétations erronées, l’égalité numérique des résultats n’autorisant pas l’interchangeabilité des descriptions, des concepts ou des raisonnements.

Remarque 4 : les différents calculs doivent s’effectuer dans l’ordre indiqué. Il est en effet impossible de calculer directement la force centrifuge sans passer par les calculs intermédiaires détaillés ci-dessus, sauf à se tromper de description ou de concept.

Remarque 5 : toute démarche scientifique repose sur le même principe : partir d’expériences, d’observations et de *mesures* (ici : la mesure de la masse d’un ensemble cycliste + bicyclette, sa vitesse et le rayon de sa trajectoire) pour permettre ensuite des *calculs* (ici : le calcul d’une force et d’un angle d’inclinaison) et aboutir enfin à un *raisonnement* (ici : le concept de force centrifuge). Ce passage du concret à l’abstrait, du réel à l’imaginaire a souvent été court-circuité, d’où les nombreuses confusions ou méprises au sujet de la force centrifuge.

ASSOCIATION ADILCA

www.adilca.com

* * *