MOUVEMENT ET RELIEF

LES ROUTES EN DÉCLIVITÉ

Altitude, dénivelé, déclivité, force de traction, force de freinage, force de retenue, énergie gravitationnelle

ASSOCIATION ADILCA

www.adilca.com

* * *

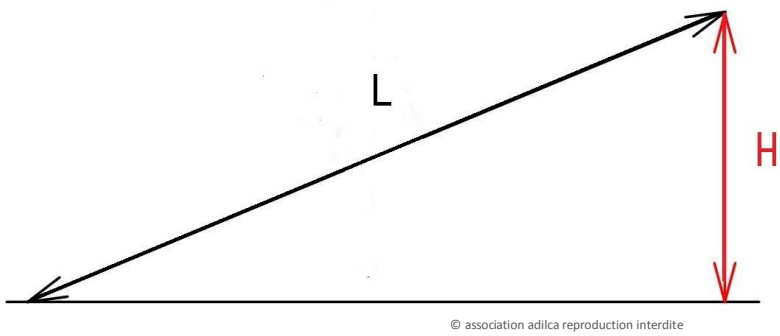
LES DÉCLIVITÉS

Le Tour de France cycliste est le troisième événement sportif de la planète après les Jeux Olympiques et la Coupe du Monde de Football. D'où vient l'attrait pour cette épreuve et la popularité de la petite reine ? Il suffit de grimper une côte à bicyclette pour le comprendre !

Définitions

Qu'est-ce que le *dénivelé* ? C'est la différence d'altitude entre deux points.

Qu'est-ce que la *déclivité* ? C'est le rapport entre le dénivelé d'une route et sa longueur.



L est la longueur de la route. Le dénivelé est la hauteur H. La déclivité est le rapport H/L

Expression de la déclivité

La déclivité est donc un rapport qu'on peut exprimer par un pourcentage, une fraction, ou un nombre décimal généralement compris entre 0 et 0,20 pour les routes asphaltées [(1)].

Exemple 1 : une déclivité de 10 % (soit 1/10 ou 0,1) signifie que le dénivelé est de 10 mètres pour 100 mètres parcourus.

Symbole européen annonçant une forte déclivité.

Exemple 2 : la route du mont Ventoux (France, région PACA, département du Vaucluse) présente un dénivelé de 1 530 mètres pour une longueur de 21 kilomètres ; sa déclivité moyenne est donc de 7,3 % (soit 73/1000 ou 0,073) [2].

Attention cependant à deux confusions fréquentes :

1. La déclivité d'une route n'est pas l'angle que forme cette route par rapport à l'horizontale. Les tableaux suivants montrent la relation entre ces deux grandeurs :

déclivité	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
angle	1,15°	2,29°	3,44°	4,6°	5,7°	6,9°	8°	9,2°	10,4°	11,5°

© association adilca reproduction interdite

Et inversement :

angle	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°
déclivité	3,5 %	7 %	10,5 %	13,9 %	17,4 %	20,8 %	24,2 %	27,6 %	30,9 %	34,2 %

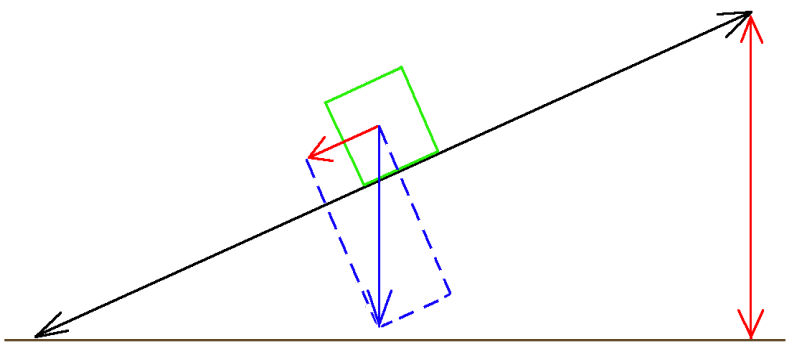
© association adilca reproduction interdite

2. La déclivité d'une route, appelée également *pente topographique*, n'est pas la *pente géométrique* au sens scolaire du terme, même si l'écart entre ces deux valeurs est négligeable sur le réseau routier. En effet, leur mode de calcul est différent [3].

La composante du poids parallèle à la route

Quelle est l'incidence de la déclivité sur le mouvement des véhicules terrestres ?

Du fait de la déclivité, le poids possède une composante parallèle à la route dont l'intensité est proportionnelle au sinus de l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale [4]. Cette force s'oppose au mouvement dans la montée, elle participe au mouvement dans la descente.



© association adilca reproduction interdite

Poids (flèche bleue) et composante du poids (flèche rouge) sur une route en déclivité.

Déclivité et force de traction

Lorsque le véhicule affronte une montée, le conducteur doit solliciter la force de traction pour compenser la composante du poids parallèle à la route.

La force de traction se définit comme la force qui s'exerce au contact du sol des roues motrices d'un véhicule terrestre pour créer ou entretenir le mouvement (voir dossier ADILCA ''*couple moteur*'').

La déclivité exprimée en pourcentage renseigne immédiatement sur la force de traction dont il faut disposer pour entretenir le mouvement ascendant.

En effet, pour maintenir une vitesse constante, la force de traction doit être strictement égale et opposée à la composante du poids parallèle à la route (on néglige la résistance au roulement et la résistance de l'air).

Exemple 1 : un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise) ayant à franchir une déclivité de 10 % devra solliciter une force de traction de 100 N, soit 10 % de son poids ($\mathbf{g}$ ~ 10 $m.s^{-2}$), uniquement pour compenser la pente.

Exemple 2 : une voiture de masse 1 500 kilogrammes ayant à franchir une déclivité de 10 % devra disposer d'une force de traction de 1 500 N, soit 10 % de son poids ($\mathbf{g}$ ~ 10 $m.s^{-2}$), uniquement pour compenser la pente.

Exemple 3 : un camion de masse 40 tonnes ayant à franchir une déclivité de 10 % devra disposer d'une force de traction de 40 000 N, soit 10 % de son poids ($\mathbf{g}$ ~ 10 $m.s^{-2}$), uniquement pour compenser la pente.

Déclivité et force de freinage

La force de freinage se définit comme la force qui s'exerce sur les quatre roues de la voiture au contact du sol lorsque le conducteur actionne la commande de frein (voir dossier ADILCA ''*force de freinage*'').

Sur une route en déclivité, la composante du poids parallèle à la route s'ajoute à la force de freinage en montée, se retranche de la force de freinage en descente.

Exemple 1 : une voiture de masse 1 500 kilogrammes disposant d'une force de freinage de 15 000 N sur une route horizontale, dispose, toutes conditions égales par ailleurs, d'une force de freinage de 16 500 N dans une montée à 10 %, et de 13 500 N dans une descente à 10 % ($\mathbf{g}$ ~ 10 $m.s^{-2}$).

Exemple 2 : un camion de masse 40 tonnes disposant d'une force de freinage de 200 000 N sur une route horizontale, dispose, toutes conditions égales par ailleurs, d'une force de freinage de 240 000 N dans une montée à 10 %, et de 160 000 N dans une descente à 10 % ($\mathbf{g}$ ~ 10 $m.s^{-2}$).

Déclivité et force de retenue

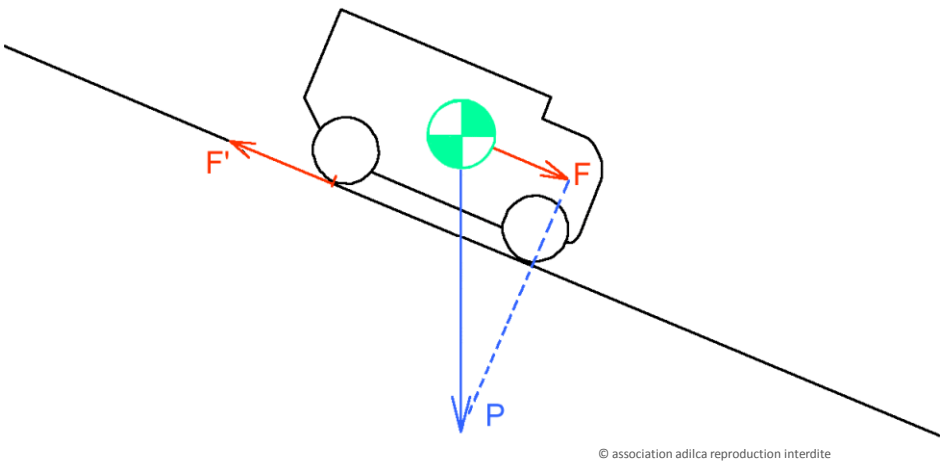
Lorsqu'un véhicule aborde une longue descente à forte déclivité, les résistances naturelles (résistance au roulement, résistance de l'air) sont le plus souvent insuffisantes pour équilibrer la composante du poids parallèle à la route, d'où le risque d'emballement.

Or, dans ce cas, le conducteur doit éviter de solliciter les freins en permanence pour ne pas risquer leur échauffement excessif. C'est là qu'intervient la force de retenue qui permet de stabiliser la vitesse dans les descentes.

La force de retenue se définit comme la force qui s'exerce sur les roues motrices du véhicule au contact du sol lorsque le conducteur lâche l'accélérateur (voir dossier ADILCA "*couple moteur*").

Exemple 1 : une voiture de masse 1 500 kilogrammes abordant une descente de 10 % devra disposer d'une force de retenue de 1 500 N pour équilibrer la déclivité et stabiliser sa vitesse, soit 10 % de son poids ($\mathbf{g}$ ~ 10 m.s^{-2}).

Exemple 2 : un camion de masse 40 tonnes abordant une descente de 10 % devra disposer d'une force de retenue de 40 000 N pour équilibrer la déclivité et stabiliser sa vitesse, soit 10 % de son poids ($\mathbf{g}$ ~ 10 m.s^{-2}).



Composante **F** du poids **P** et force de retenue **F'**.

Déclivité et travail

Le travail, au sens physique du terme, se définit comme l'énergie nécessaire au déplacement d'une force.

Autrement dit, le travail accompli par une force de traction ou de retenue agissant sur une déclivité ne dépend que de la distance parcourue, il ne dépend pas de la vitesse.

Exemple 1 : si on considère un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise), le franchissement d'une montée de 10 kilomètres à 10 % nécessite un travail d'environ 1 MJ et mobilise donc une énergie musculaire équivalente, uniquement pour compenser la pente, si on néglige l'énergie absorbée par la transmission [(5)].

Exemple 2 : si on considère une voiture de masse 1 500 kilogrammes, le franchissement d'une montée de 10 kilomètres à 10 % nécessite un travail d'environ 15 MJ et mobilise donc une énergie équivalente, uniquement pour compenser la pente.

Exemple 3 : si on considère un camion de masse 40 tonnes, le franchissement d'une montée de 10 kilomètres à 10 % nécessite un travail d'environ 400 MJ et mobilise donc une énergie équivalente, uniquement pour compenser la pente.

Pour se faire une idée plus précise de l'énergie totale à mettre en œuvre, il faudrait y ajouter l'énergie absorbée par les résistances naturelles (résistance au roulement et résistance de l'air) qui dépendent de la vitesse, par exemple 3 MJ pour une voiture de gamme moyenne parcourant cette distance à la vitesse de 72 $km.h^{-1}$ (20 $m.s^{-1}$).

Déclivité et puissance

La puissance se définit comme le travail fourni par unité de temps.

Autrement dit, au sens physique du terme, la puissance ne dépend que de la vitesse avec laquelle le travail est effectué.

Exemple 1 : si on considère un cycliste de masse 100 kilogrammes (bicyclette comprise), le franchissement d'une montée à 10 % à la vitesse de 10 $km.h^{-1}$ mobilise une puissance d'environ 280 W, valeur en apparence modeste mais pourtant bien au-delà des capacités physiques d'un individu normal.

En effet, même si certains cyclistes très doués et bien entraînés sont capables de délivrer momentanément une puissance d'environ 400 W, on considère qu'un effort d'endurance réalisé par un individu normal ne devrait pas mobiliser une puissance supérieure à 100 W…

Exemple 2 : si on considère une voiture de masse 1 500 kilogrammes, le franchissement d'une montée à 10 % à la vitesse de 72 $km.h^{-1}$ (20 $m.s^{-1}$) mobilise une puissance de 30 kW (soit 41 chevaux), uniquement pour compenser la pente.

Exemple 3 : si on considère un camion de masse 40 tonnes, le franchissement d'une montée à 10 % à la vitesse de 18 $km.h^{-1}$ (5 $m.s^{-1}$) mobilise une puissance de 200 kW (soit 270 chevaux), uniquement pour compenser la pente.

En réalité, dans ces exemples, une puissance moteur bien supérieure est nécessaire, à cause de la résistance au roulement et de la résistance de l'air, cette dernière ayant la particularité d'être proportionnelle au carré de la vitesse [(6)].

L'énergie gravitationnelle

L'énergie gravitationnelle se définit comme l'énergie accumulée par une masse tombant en chute libre (si on néglige la résistance de l'air), ou comme l'énergie nécessaire pour lever verticalement une masse à l'aide d'un treuil (si on néglige les frottements), ces deux quantités étant rigoureusement égales.

Cette grandeur est très commode pour résumer les problèmes de déclivités. En effet, quelques rapides calculs permettent de vérifier que, quel que soit le chemin emprunté, le travail d'une force de traction ou de retenue et l'énergie gravitationnelle sont deux grandeurs toujours équivalentes, à condition de négliger les résistances naturelles qui peuvent affecter le mouvement des véhicules terrestres (résistance au roulement, résistance de l'air).

On en déduit que le travail (au sens physique du terme), et donc l'énergie et la puissance, ne dépendent que du dénivelé, autrement dit, de la différence d'altitude.

Altitude et conditions météo

Les conditions météorologiques (pression atmosphérique, température) varient avec l'altitude. Ceci est dû au fait que la masse volumique de l'air (autrement dit : sa densité) diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne du sol. Et lorsque la densité de l'air diminue, la température baisse.

Si on considère les caractéristiques d'une colonne d'air verticale, on constate que la densité de l'air à 1 000 mètres d'altitude est 12 % inférieure à celle du niveau de la mer. À 2 000 mètres d'altitude, cette densité est 21 % inférieure, et à 3 000 mètres d'altitude, elle est 29 % inférieure à celle du niveau de la mer.

La température varie en conséquence : si la température de cette colonne d'air est de 20 °C au niveau de la mer, elle n'est plus que de 15 °C à 1 000 mètres d'altitude, de 10 °C à 2 000 mètres et de 5 °C à 3 000 mètres, etc.

Pour les cyclistes qui évoluent en montagne, ces facteurs sont à prendre en considération. L'effet le plus sensible est l'impression de manquer d'air, car les poumons se remplissent plus difficilement. De plus, à volume égal, la masse d'air absorbée à chaque inspiration se réduit. Le rendement musculaire diminue alors en conséquence, d'autant plus que l'organisme doit également compenser la baisse de la température ambiante liée à la variation d'altitude…

C'est pourquoi, sauf acclimatation destinée à augmenter le nombre des précieux globules rouges responsables de l'oxygénation, les efforts physiques réalisés en montagne sont toujours très exigeants, et il faut se garder de comparer les performances sportives réalisées en altitude avec celles accomplies au niveau de la mer.

Naturellement, ces réalités physiques ont les mêmes conséquences sur le fonctionnement des moteurs d'automobiles, ceux-ci ayant besoin d'air pour brûler le carburant (voir dossier ADILCA "*combustion des carburants*").

Notes et remarques

(1) *L'Alto de l'Angliru, situé dans la province espagnole des Asturies, est considéré comme l'un des cols les plus pentus au monde avec des passages à 20 %.*

(2) *La déclivité moyenne ne dit rien des quelques variations de pente qui jalonnent la montée (de 2 à 15 % selon les endroits, voir l'altimétrie détaillée de la route du mont Ventoux, document www.cols-cyclisme.com).*

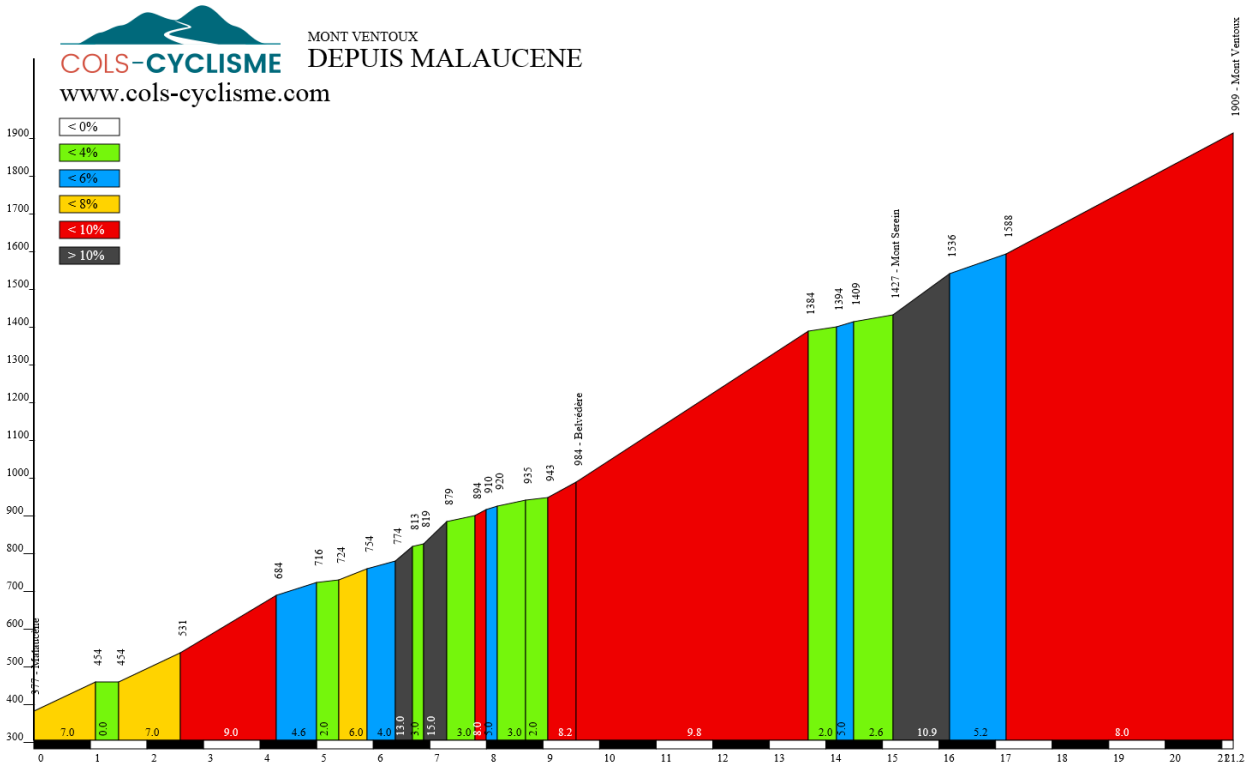
(3) *La* pente géométrique *(ou pente d'une droite) s'inscrit dans un espace à deux dimensions et ne peut se calculer qu'à partir des coordonnées en abscisse et en ordonnée de deux points (c'est la* tangente *de l'angle que forme une droite par rapport à l'horizontale, autrement dit, c'est le rapport entre le côté opposé à cet angle et son côté adjacent). La* pente topographique *(ou déclivité) s'inscrit dans un espace à trois dimensions et ne peut se calculer qu'à partir du dénivelé de la route et de sa longueur (c'est le* sinus *de l'angle que forme la route par rapport à l'horizontale, autrement dit, c'est le rapport entre le côté opposé à cet angle et l'hypoténuse du triangle rectangle ainsi formé). Les pentes indiquées sur les cartes routières sont des pentes topographiques, puisque calculées à partir de données relevées sur le terrain (cotes d'altitude et distances).*

(4) *La masse est une quantité de matière, donc invariable, qui s'exprime en kilogrammes (symbole* ***kg****). Le poids, au sens physique du terme, est une force qui est le produit de la masse par l'accélération gravitationnelle du lieu considéré, il s'exprime en newtons (symbole* ***N****). L'accélération gravitationnelle est fonction inverse du carré de la distance qui sépare du centre de la Terre. Or, en raison de la forme particulière du globe terrestre, aplatie aux pôles et renflée à l'équateur, l'accélération gravitationnelle terrestre varie légèrement selon le lieu considéré : elle est de 9,83 $m.s^{-2}$ aux pôles, 9,81 $m.s^{-2}$ en Europe et 9,78 $m.s^{-2}$ à l'équateur, valeur généralement arrondie à 10 $m.s^{-2}$ pour simplifier les calculs. En toute rigueur, une masse de 1 kilogramme pèse donc très exactement 9,83 N au pôle nord, 9,81 N à Paris et 9,78 N à l'équateur. En revanche, sur une aire géographique donnée, la variation de poids est négligeable jusqu'à 5 000 m d'altitude (les plus hautes routes d'Europe n'atteignent pas 3 000 mètres : col du Stelvio en Italie, à 2 758 m d'altitude, col de l'Iseran en France, à 2 770 m d'altitude).*

(5) *Le mouvement de la transmission d'une bicyclette comprend la rotation des pédales, celle du pédalier, le mouvement de la chaîne, la rotation des maillons de la chaîne ainsi que celle des roulettes du dérailleur. Comme il n'y a jamais de mouvement gratuit, l'énergie absorbée par cet ensemble n'est pas nulle.*

(6) *Une voiture de masse 1 500 kilogrammes se déplaçant à la vitesse de 20 $m.s^{-1}$ sur une pente à 10 % doit solliciter une force de traction d'environ 1 500 N, uniquement pour équilibrer la composante du poids parallèle à la route et maintenir une vitesse constante. Si on y ajoute la résistance au roulement (environ 190 N à cette vitesse) et la résistance de l'air (environ 260 N à cette vitesse), la puissance effective que le moteur doit délivrer pour maintenir une vitesse constante dans ces conditions est d'environ 40 kW, soit environ 55 ch. Une bonne précaution consistant à ne solliciter au plus que 50 % des possibilités d'un moteur, ça signifie que, pour réaliser une telle performance sans risque mécanique, le moteur en question doit pouvoir délivrer une puissance maximale d'au moins 110 ch (voir dossiers ADILCA "*couple moteur*" et "*puissance moteur*").*

ASSOCIATION ADILCA www.adilca.com * * *



Altimétrie détaillée de la route du mont Ventoux.
(document reproduit avec l'aimable autorisation de Florent Ligney, www.cols-cyclisme.com)

© association adilca reproduction interdite

Panneau de 1937 annonçant la montée du puy de Dôme.

ASSOCIATION ADILCA www.adilca.com * * *

RELATIONS ENTRE GRANDEURS

Poids :

$$P = M . g$$

P : poids, exprimé en **N**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle, exprimée en **$m.s^{-2}$**
(accélération gravitationnelle terrestre : **g** = 9,8 $m.s^{-2}$)
cohérence des unités : **P** = kg . $m.s^{-2}$ = **N**

Exemple : calculons le poids d'une voiture de 1 500 kg :

P = 1 500 x 9,8 = 14 700 **N**

Déclivité d'une route :

$$\alpha = H / L$$

α : déclivité, grandeur sans dimension ;
H : dénivelé, exprimé en **m**
L : longueur de la route, exprimée en **m**
cohérence des unités : **α** = m^{+1} . m^{-1} = grandeur sans dimension.

Exemple : calculons la déclivité d'une route longue de 10 kilomètres pour un dénivelé de 600 mètres :

α = 600 / 10 000 = 6/100 = 0,06 = 6 %

Accélération liée à la déclivité :

$$\gamma = g . \alpha$$

γ : accélération liée à la déclivité, exprimée en **$m.s^{-2}$**
g : accélération gravitationnelle terrestre, exprimée en **$m.s^{-2}$**
α : déclivité, grandeur sans dimension ;
cohérence des unités : **γ** = **$m.s^{-2}$**

Exemple : calculons l'accélération liée à une déclivité de 0,06 (**g** = 9,8 $m.s^{-2}$) :

γ = 9,8 x 0,06 = 0,59 **$m.s^{-2}$**

Composante du poids parallèle à la route :

$$F = M . g . \alpha$$

F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle terrestre, exprimée en **$m.s^{-2}$**
α : déclivité, grandeur sans dimension ;
cohérence des unités : **F** = kg . $m.s^{-2}$ = **N**

Exemple : calculons la composante du poids parallèle à la route d'une voiture de masse 1 500 kg circulant sur une déclivité de 0,06 (**g** ~ 10 $m.s^{-2}$) :

F = 1 500 x 10 x 0,06 = 900 **N**

Travail d'une force de traction :

$$E = F . D$$

E : travail, exprimé en **J**
F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**
D : distance parcourue, exprimée en **m**
cohérence des unités : **E** = N . m = $kg.m^{+1}.s^{-2}$. m^{+1} = $kg.m^{2}.s^{-2}$ = **J**

Exemple : calculons le travail d'une force de traction de 900 N qui s'est déplacée de 10 kilomètres (10 000 m) :

E = 900 x 10 000 = 9 000 000 **J** = 9 **MJ**

Énergie gravitationnelle :

$$E = M . g . H$$

E : énergie absorbée (montée) ou accumulée (descente), exprimée en **J**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle, exprimée en **$m.s^{-2}$**
H : dénivelé, exprimé en **m**
cohérence des unités : **E** = kg . $m^{+1}.s^{-2}$. m^{+1} = $kg.m^{2}.s^{-2}$ = **J**

Exemple 1 : calculons l'énergie nécessaire pour lever verticalement une voiture de masse 1 500 kg à une hauteur de 600 mètres (**g** ~ 10 $m.s^{-2}$), si on néglige la résistance de l'air :

E = 1 500 x 10 x 600 = 9 000 000 **J** = 9 **MJ**

Exemple 2 : calculons l'énergie gravitationnelle accumulée par une masse de 1 500 kg tombant en chute libre d'une hauteur de 1 000 mètres (**g** ~ 10 $m.s^{-2}$), si on néglige la résistance de l'air :

E = 1 500 x 10 x 600 = 9 000 000 **J** = 9 **MJ**

Puissance absorbée par une ascension :

B = F . V

B : puissance absorbée par une ascension, exprimée en **W**
F : composante du poids parallèle à la route, exprimée en **N**
V : vitesse, exprimée en **$m.s^{-1}$**
cohérence des unités : **B** = $kg.m^{+1}.s^{-2}$. $m^{+1}.s^{-1}$ = $kg.m^{2}.s^{-3}$ = **W**

Exemple : calculons la puissance absorbée par une ascension effectuée à la vitesse de 20 $m.s^{-1}$ (72 $km.h^{-1}$), la composante du poids parallèle à la route étant égale à 900 N (on néglige la résistance au roulement et la résistance de l'air) :

B = 900 x 20 = 18 000 **W** = 18 **kW**

Autre relation :

B = M . g . H / T

B : puissance absorbée par une ascension, exprimée en **W**
M : masse, exprimée en **kg**
g : accélération gravitationnelle terrestre, exprimée en **$m.s^{-2}$**
H : dénivelé, exprimé en **m**
T : temps, exprimé en **s**
cohérence des unités : **B** = kg . $m^{+1}.s^{-2}$. m^{+1} . s^{-1} = $kg.m^{2}.s^{-3}$ = **W**

Exemple : calculons la puissance absorbée par l'ascension verticale d'une masse de 1 500 kg à 600 m de hauteur en 8 minutes et 20 secondes (500 secondes), si on néglige la résistance de l'air (**g** ~ 10 $m.s^{-2}$) :

B = 1 500 x 10 x 600 / 500 = 18 000 **W** = 18 **kW**

Conversion énergie / chaleur :

$$M = E / C / \Delta T$$

M : masse, exprimée en **kg**
E : énergie, exprimée en **J**
C : capacité thermique, exprimée en **$J.kg^{-1}.K^{-1}$**
ΔT : variation de température, exprimée en **K**
cohérence des unités : **M** = $(kg^{+1}.m^{+2}.s^{-2}) . (kg^{-1}.m^{-2}.s^{+2} . kg^{+1} . K^{+1}) . (K^{-1})$ = **kg**

Exemple : calculons la masse d'eau (C = 4 200 $J.kg^{-1}.K^{-1}$) qu'une énergie de 9 MJ est capable d'échauffer en portant sa température de 280 K à 330 K :

M = 9 000 000 / 4 200 / 50 = 43 **kg**, soit 43 litres.

Outre l'équivalence entre toutes les formes d'énergie, ce résultat montre que l'eau est une matière particulièrement difficile à chauffer (l'or ne réclame que 130 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; le cuivre : 390 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; le fer, la fonte ou l'acier : 460 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; l'air : 1000 $J.kg^{-1}.K^{-1}$).

Masse volumique de l'air :

$$M = M_0 . (A / A_0) . (T_0 / T)$$

M : masse volumique de l'air, exprimée en **$kg.m^{-3}$**
M_0 : masse volumique de l'air au niveau de la mer à 273 K (M_0 = 1,293 **$kg.m^{-3}$**)
A : pression atmosphérique au lieu considéré, exprimée en **hPa**
A_0 : pression atmosphérique au niveau de la mer à 273 K (A_0 = 1 013 **hPa**)
T_0 : température de la glace fondante (T_0 = 273 **K**)
T : température de l'air au lieu considéré, exprimée en **K**
cohérence des unités :
M = $kg.m^{-3}$. hPa . hPa^{-1} . K . K^{-1} = **$kg.m^{-3}$**

Exemple : calculons la masse volumique de l'air lorsque la pression atmosphérique est égale à 900 hectopascals sous une température de 15 degrés Celsius (288 K) :

M = 1,293 x (900 / 1 013) x (273 / 288) = 1,09 **$kg.m^{-3}$**

ASSOCIATION ADILCA

www.adilca.com

* * *